Departamento de Economía

Serie documentos de trabajo

2015

Una visión crítica del problema de indeterminación de la distribución del ingreso en el sistema económico de Piero Sraffa.

Alejandro Rodríguez

Enero 2015

Documento de trabajo No. 3, 2015

Una visión crítica del problema de indeterminación de la distribución del ingreso en el sistema económico de Piero Sraffa.

Síntesis

El modelo de Piero Sraffa (Sraffa (1960)) propone una indeterminación de origen en la distribución del ingreso, la cual tiene implicaciones importantes pues su arbitraria determinación modifica los precios relativos entre los bienes. Este trabajo muestra que al incluir las ecuaciones de producción, y el modelo económico de demanda de Ramsey (1928), la indeterminación del sistema de Sraffa (1960) desaparece siempre y cuando haya pleno empleo del factor trabajo. Sin embargo, sigue siendo cierto que los precios relativos de las mercancías en relación a los salarios se determinan en una variante de la teoría del valor trabajo.

Abstract

The model by Piero Sraffa (Sraffa (1960)) proposes and indeterminacy in the distribution of income, which has important implications since its arbitrary determination modifies relative prices among goods. This paper shows that when we include equations of production and the Ramsey´s 1928 model of demand for goods, the indeterminacy of the Sraffian system disappears provided there is full employment of labor. Relative prices of goods in terms of wages are determined as a variant of the labor theory of value, nonetheless.

Alejandro Rodríguez Arana
Departamento de Economía
Universidad Iberoamericana, Ciudad de México
alejandro.rodriguez@ibero.mx

Una visión crítica del problema de indeterminación de la distribución del ingreso en el sistema económico de Piero Sraffa.

INTRODUCCIÓN

En 1960 el economista italiano Piero Sraffa publicó un libro revolucionario en la teoría económica: Producción de mercancías por medio de mercancías (Production of commodties by means of commodities). En este trabajo Sraffa hace cuando menos tres críticas a la teoría neoclásica, entonces y ahora dominante.

La primera crítica es acerca de la distribución del ingreso. Sraffa (1960) parte de un análisis similar al de insumo-producto de Leontief (ver Leontief (1986)) pero se centra en el sistema de precios y no en el de producción. El análisis del economista italiano encuentra una indeterminación. Su sistema de precios tiene un determinado número de ecuaciones, pero el número de sus incógnitas excede por una unidad al número de ecuaciones. Las incógnitas del modelo son los n precios relativos (incluyendo al salario) y la tasa de ganancia, pero solamente hay n ecuaciones para los precios relativos. Sraffa (1960) concluye que no se puede determinar la distribución del ingreso en forma endógena y escoge la tasa de ganancia como variable exógena para determinar los precios relativos del sistema (ver por ejemplo Mandler (1999) (2002)).

La indeterminación inicial de la distribución del ingreso, y su arbitraria determinación, tienen efectos muy relevantes. El que exista una distribución del ingreso, u otra, propicia movimientos en los precios relativos. Para la economía neoclásica dichos precios son indicadores de escasez, pero si la distribución del ingreso se determina por razones políticas o sociológicas, y no económicas, entonces los precios relativos son más un indicador de esos efectos extraeconómicos que de escasez.

Una segunda crítica es acerca de la posibilidad de obtener un capital agregado, el cual, además, como lo sugiere la teoría marginalista, pudiera determinar la tasa de ganancia. En presencia de bienes de capital heterogéneos la única forma de obtener un capital agregado es a través del uso del sistema de precios. Sin embargo, como se sugiere en los párrafos anteriores, estos precios están determinados por la tasa de ganancia. De modo que el capital obtenido no puede ser independiente de dicha tasa, lo que pone en tela de juicio la teoría neoclásica en la cual el capital determina la tasa de ganancia. A este problema se le conoce como de circularidad (ver por ejemplo Robinson (1973), Cohen y Harcourt (2003) y Fiorito (2008)).

La tercera crítica se opone a la concepción neoclásica de que existe una relación negativa estable entre el capital, o alguna medida de éste, y la tasa de interés. Sraffa muestra que cuando hay bienes heterogéneos de capital, a la par de distintas técnicas de producción, puede haber circunstancias en las cuales una caída en la tasa de interés, en lugar de fomentar el uso de estos bienes de capital, lo reduzca. A este fenómeno se le conoce como de reversión de técnicas (*reswitching* en inglés). Es sólo en el caso en el cual hay un solo bien de capital cuando es posible encontrar una función "bien comportada" entre el capital y la tasa de interés (ver Pasinetti (1966), Cohen y Harcourt (2003)).

Las críticas de Sraffa (1960) generaron una fuerte controversia en la disciplina económica, a la que básicamente se le conoce como la controversia de Cambridge (ver por ejemplo Samuelson (1989)). En ella los defensores de las posiciones de Sraffa: Joan Robinson, Nicholas Kaldor, Luigi Pasinetti y Pierangelo Garegnani, entre otros, eran profesores, o habían sido formados en la Universidad de Cambridge, Inglaterra. En cambio, los economistas neoclásicos opositores a las críticas de Sraffa: Paul Samuelson y Robert Solow, principalmente, eran miembros del Departamento de Economía del Instituto Tecnológico de Massachusetts, ubicado en Cambridge, en Estados Unidos (ver Solow (1963), Hicks (1974), Feiwell (1989), Samuelson (1989), Cohen y Harcourt (2003)).

El presente trabajo se centra en el análisis de la primera crítica de Sraffa (1960) sobre la indeterminación de la distribución del ingreso. Para ello, la primera sección del trabajo expone el planteamiento de Sraffa y muestra la indeterminación del modelo y cómo, al resolverla de manera arbitraria, pueden modificarse los precios relativos. No obstante, dichos precios se determinan como una versión modificada de la teoría del valor trabajo.

La segunda sección parte de la crítica de que el modelo de Sraffa está incompleto pues faltan las ecuaciones de producción, consumo y la restricción del mercado de factores, especialmente el trabajo. La sección añade entonces estas ecuaciones y analiza bajo qué condiciones podría estar indeterminado el sistema. Si los consumidores maximizan una función de utilidad intertemporal isoelástica surgen dos resultados: el primero es que si el trabajo está dado, la distribución del ingreso se determina de manera endógena. El segundo es que aunque el modelo no está indeterminado, la solución del sistema de precios recupera la versión modificada de la teoría del valor trabajo como determinante de los precios relativos. En este caso, la escasez de trabajo no es un determinante de la tasa de ganancia, pero ésta, junto con los precios en términos de salarios, se determinan de manera endógena.

I.- Una interpretación del modelo de Piero Sraffa utilizando la metodología de Morishima.

El modelo parte de la producción de n bienes distintos. Cada uno de estos bienes se produce utilizando parte de la producción de sí mismo, la producción de otros bienes y el factor trabajo. Sraffa (1960) supone que la producción de todos los bienes, y lo que se destina de estos bienes a la producción de los demás bienes, son magnitudes determinadas exógenamente. Una reinterpretación del modelo de Sraffa, la cual tomaremos en este artículo, supone la existencia de coeficientes fijos en la producción de los bienes (ver por ejemplo Morishima (1973)).

Para cualquier bien x, el precio en términos monetarios de dicho bien es el costo medio más una ganancia sobre cuando menos parte de esos costos.

$$p_x = (\sum_{i=1}^{n} a_{ix}\, p_i)(1+r) + wl_x \qquad (1)$$

$$a_{ix} = \frac{Y_{ix}}{Y_x} \qquad l_x = \frac{L_x}{Y_x}$$

p_i es el precio monetario del bien i. Los parámetros a_{ix} son los coeficientes técnicos de producción. Específicamente a_{ix} es la cantidad del bien i que se utiliza para producir el bien x (Y_{ix}) dividida entre la producción del bien x (Y_x). Por su parte l_x es el coeficiente técnico del trabajo, o la cantidad de horas de trabajo necesarias para producir una cierta cantidad del bien x. Por ejemplo, si x se mide en kilos, l_x es la cantidad de horas de trabajo necesarias para producir un kilo de x.

La variable w es el salario nominal y r es la tasa de ganancia, la cual opera sobre la inversión en bienes intermedios $(\sum_{i=1}^{n} a_{ix}\, p_i)$. Esto sucede porque Sraffa (1960) supone que los salarios se pagan vencidos. Los empresarios compran bienes intermedios en el presente inmediato, y por tanto realizan un pago por esos bienes. La producción se lleva a cabo entre el presente inmediato y el presente mediato. En este último momento dicha producción se vende en el mercado y es hasta entonces que se les paga a los trabajadores.

Aunque Sraffa (1960) no lo dice, el tiempo de espera de la producción determina la ganancia. El costo de oportunidad de invertir en bienes intermedios sería lo que se podría obtener al ahorrar esos recursos si hubiera sector financiero. Por esa razón la tasa de ganancia y la tasa de interés deberían, o ser iguales, o cuando menos tener una relación de uno a uno.

La concepción del capital de Sraffa (1960) está relacionada con lo que Hicks (1974) llama una concepción fondista. El capital en este modelo no está constituido por máquinas, sino por un fondo de inversión que puede utilizarse para comprar bienes intermedios, o incluso para los salarios si estos se pagaran por adelantado. [1]

La economía que analiza Sraffa es esencialmente no monetaria, de modo que el concepto importante es el de precio relativo, no precio monetario. Dividiendo las distintas ecuaciones de precios por el salario nominal se obtienen precios relativos en términos del salario.

$$\frac{p_x}{w} = (\sum_{i=1}^{n} a_{ix}\frac{p_i}{w})\,(1+r) + l_x \qquad (2)$$

[1] Esto es lo que se conoce como capital de trabajo.

El precio del bien x en términos del salario mide el precio relativo de x como el número de horas necesarias para comprar un bien. Este concepto es conveniente porque pueden equipararse los precios relativos al concepto de valor trabajo, el cual se define como la cantidad de trabajo en horas directas e indirectas necesarias para producir un bien.

El sistema de precios relativos está conformado por n ecuaciones de la siguiente forma

$\frac{p_1}{w} = (\sum_{i=1}^{n} a_{i1} \frac{p_i}{w})\,(1+r) + l_1$

.

$\frac{p_x}{w} = (\sum_{i=1}^{n} a_{ix} \frac{p_i}{w})\,(1+r) + l_x.$ (3)

.

$\frac{p_n}{w} = (\sum_{i=1}^{n} a_{in} \frac{p_i}{w})\,(1+r) + l_n$

Este sistema tiene n ecuaciones pero tiene n+1 incógnitas. Los precios relativos y la tasa de ganancia r. De aquí que de acuerdo a Sraffa (1960) y sus seguidores (Pasinetti (1966) (1969) y Garegnani (1970)) está indeterminado. Los economistas clásicos, como David Ricardo, al parecer estaban al tanto de esta indeterminación y resolvían el modelo suponiendo la existencia de un salario de subsistencia. En el modelo de n bienes hay realmente n salarios en términos reales (el inverso de los precios relativos). Si hubiera un bien absolutamente indispensable para subsistir, ese bien podría tomar el precio relativo máximo posible, o el salario real mínimo posible, para asegurar la subsistencia de los trabajadores. En ese caso el sistema quedaría totalmente determinado (ver por ejemplo Garegnani (1989)).

Sraffa (1960) no escoge un salario de subsistencia para resolver el sistema, sino la tasa de ganancia r. Aunque en su libro no lo dice claramente, sus seguidores (ver por ejemplo Pasinetti (1966) (1969), Garegnani (1970) y Mandler (1999) (2002)) señalan que dicha tasa podría responder a intereses sociológicos y políticos y no económicos.[2]

El sistema de precios de Sraffa puede expresarse en notación matricial como

$\boldsymbol{P_w} = (\boldsymbol{1}+\boldsymbol{r})\boldsymbol{A^T}\boldsymbol{P_w} + \boldsymbol{\Lambda}$ (4)

Donde

[2] Hahn (1982 p. 353) afirma que Sraffa (1960) nunca dijo en forma directa que la tasa de ganancia se determinaba por motivos extraeconómicos. Sin embargo, de acuerdo a Hahn, Pasinetti (1966) (1969) y Garegnani (1970), entre otros, sí lo dijeron.

$$\boldsymbol{P_w} = \begin{matrix} \frac{p_1}{w} \\ . \\ \frac{p_n}{w} \end{matrix} \qquad \boldsymbol{A^T} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{\Lambda} = \begin{matrix} l_1 \\ . \\ l_n \end{matrix} \boldsymbol{I} = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \qquad (5)$$

$\mathbf{P_w}$ es el vector de precios relativos en términos de salarios. $\mathbf{A^T}$ es una matriz de coeficientes técnicos. Se considera la matriz transpuesta del sistema de insumo-producto de Leontief, el cual se analizará en la próxima sección. El vector $\boldsymbol{\Lambda}$ contiene la cantidad de horas directas de trabajo necesarias para producir los bienes. $\mathbf{I}$ es la matriz identidad con valores igual a la unidad en la diagonal principal y ceros en todos los demás espacios.

La solución de este sistema en notación matricial es:

$$\boldsymbol{P_w} = (\boldsymbol{I} - (1+r)\boldsymbol{A^T})^{-1}\boldsymbol{\Lambda} \qquad (6)$$

Los precios de los bienes en términos de salarios son proporcionales a las cantidades directas de trabajo involucradas en la producción de bienes. En esta interpretación del sistema de Sraffa (1960) los precios relativos se determinan como una versión modificada de la teoría del valor trabajo.[3]

Morishima (1973) plantea un sistema dual, el cual mide la cantidad de horas, directas e indirectas, necesarias para producir una mercancía. Este sistema puede expresarse como:

$$\lambda_1 = \sum_{i=1}^{n} a_{i1}\lambda_i + l_1$$

.

$$\lambda_x = \sum_{i=1}^{n} a_{ix}\lambda_i + l_x \qquad (7)$$

.

$$\lambda_n = \sum_{i=1}^{n} a_{in}\lambda_i + l_n$$

Donde λ_x es la cantidad de horas necesarias, directas e indirectas, necesarias para producir el bien x. Esta cantidad es el valor trabajo total del bien x.

En notación matricial este sistema puede escribirse como:

$$\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{A^T}\boldsymbol{\Gamma} + \boldsymbol{\Lambda} \qquad (8)$$

[3] Es importante señalar que el análisis del Sraffa (1960) y distintas interpretaciones, como la de Morishima (1973), modifican la teoría del valor trabajo sin anularla. Para los clásicos, como David Ricardo, los precios relativos entre bienes se determinaban exclusivamente por la razón de cantidades de trabajo directo empleados en su producción. En las versiones de Sraffa (1960) y Morishima (1973) esta razón sigue siendo uno de los determinantes de los precios relativos pero no el único, porque los coeficientes técnicos de los demás bienes que se utilizan en la producción y la tasa de ganancia también afectan los precios relativos (ver por ejemplo Garegnani (1989)).

Donde:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{matrix} \lambda_1 \\ . \\ \lambda_n \end{matrix} \quad (9)$$

$\mathbf{\Gamma}$ es el vector de valores para cada bien en términos de horas de trabajo-directas e indirectas.

La solución del sistema matricial es:

$$\mathbf{\Gamma} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A^T})^{-\mathbf{1}}\mathbf{\Lambda} \qquad (10)$$

Los precios en términos de salarios serían idénticos a los valores totales de trabajo para producir los bienes cuando la tasa de ganancia r es igual a cero. Si dicha tasa es mayor a cero, los precios medidos en términos salarios serán superiores a los valores. Desde el punto de vista marxista, una tasa de ganancia positiva implica explotación. El precio en horas al que se vende un bien es superior a la cantidad de horas necesarias para producirlo. Esto implica que los trabajadores no pueden comprar todos los bienes que directa, e indirectamente, producen.

El resultado de comparar la solución (10) para valores con la solución (6) para precios relativos, está fuertemente relacionada con el llamado Teorema Marxista Fundamental o teorema de Morishima-Seton-Okishio (ver Seton (1957), Okishio (1963), Morishima (1973)).

La tasa de ganancia del sistema, exógena en el modelo de Sraffa, tiene efectos sobre los precios relativos, lo cual puede observarse en la solución de un sistema particular sumamente simple. Suponemos un modelo de 2 bienes cuyas ecuaciones de precios son:

$$\frac{p_1}{w} = (1+r)a_{11}\frac{p_1}{w} + l_1 \quad (11)$$

$$\frac{p_2}{w} = (1+r)a_{22}\frac{p_2}{w} + l_2 \quad (12$$

El bien 1 se utiliza asimismo para su producción y lo mismo sucede con el bien 2. Ninguno de los dos requiere del otro bien para su producción.

La solución de los precios en términos de salarios para este sistema es:

$$\frac{p_1}{w} = \frac{l_1}{(1-a_{11}(1+r))} \quad (13)$$

$$\frac{p_2}{w} = \frac{l_2}{(1-a_{22}(1+r))} \quad (14)$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{l_1(1-a_{22}(1+r))}{l_2(1-a_{11}(1+r))} \quad (15)$$

$$\frac{d(\frac{p_1}{p_2})}{d(1+r)} = \frac{l_1}{l_2}\frac{(a_{11}-a_{22})}{(1-a_{11}(1+r))^2} \ll\gg 0 \quad (16)$$

Cuando cambia arbitrariamente la tasa de ganancia, el cambio en precios relativos dependerá exclusivamente de la diferencia entre los coeficientes técnicos a_{11} y a_{22}. Sólo en el caso en particular en que dichos coeficientes sean iguales no habrá cambios en precios relativos. Cuando aumenta la tasa de ganancia, el bien con menor productividad, el cual usa más de sí mismo para reproducirse, es el que aumenta más de precio en relación con el otro bien. [4]

Diversos autores han señalado que este resultado pone en tela de juicio la teoría neoclásica de la escasez como determinante de los precios relativos. En este caso la exogeneidad de la distribución del ingreso es causante de cambios en precios relativos. Si dicha exogeneidad depende de variables no económicas: sociológicas, políticas o de otra índole, entonces los precios relativos no son un indicador de escasez sino de variables ajenas al entorno económico (ver Mandler (1999)).

II.- La solución del modelo expandido de insumo producto considerando el modelo de consumo y ahorro de Ramsey.

El modelo de Sraffa puede criticarse porque el papel de la demanda y las restricciones de factores están ausentes. La indeterminación que surge donde hay más incógnitas que ecuaciones puede deberse, justamente, a que el modelo sraffiano no es uno propiamente de equilibrio general. De las ecuaciones analizadas no surge ningún tipo de Ley de Walrás. Es necesario incorporar las ecuaciones de producción, consumo y restricciones de factores y, en ese contexto ampliado, analizar si de verdad hay algún tipo de indeterminación de la distribución del ingreso.

El modelo se expande añadiendo n ecuaciones de producción en el estilo de insumo producto de Leontief (Leontief (1986)), n ecuaciones de demanda de los productos y una

---

[4] Claramente aquí puede observarse una de las principales contribuciones de Sraffa (1960). Los precios relativos dependen directamente de la razón de las cantidades de trabajo directo empleadas en su producción, pero no dependen exclusivamente de dicha razón, por lo cual el trabajo de Sraffa (1960) y la interpretación de Morishima (1973) modifican la teoría del valor trabajo original de los clásicos, principalmente David Ricardo y Marx (ver Garegnani (1989)).

ecuación del empleo de la economía en su relación con el producto a través de la función implícita de producción. Demostraremos que si en un estado estacionario el empleo está dado, entonces la distribución del ingreso será endógena.

La determinación de precios relativos a través de la teoría del valor trabajo surge cuando la tasa de ganancia puede calcularse independientemente de todo el sistema de equilibrio general. Sraffa (1960) sugiere que por tal razón dicha tasa de ganancia es exógena. Sus seguidores (Pasinetti (1966) (1969) y Garegnani (1969) principalmente) señalan que dicha tasa de ganancia se generaría por razones extra económicas (ver por ejemplo Hahn (1982)).

Sin embargo, el cálculo independiente de la tasa de ganancia no implica exogeneidad. Si la economía bajo análisis estuviera abierta a los mercados de capitales, la tasa de ganancia bajo competencia estaría relacionada uno a uno con la tasa de interés internacional, pues si esta última fuera muy grande, los productores domésticos dejarían de invertir en el país doméstico e invertirían sus fondos en el mercado internacional. La tasa de ganancia se calcularía en forma independiente de las ecuaciones del modelo pero no por ello sería exógena.

Esta sección añade primero n ecuaciones de producción del tipo de Leontief (1986). Después supone un modelo de consumidores que maximizan utilidad tomando en cuenta tanto el presente como el futuro, en una versión modificada del modelo originalmente propuesto por Ramsey (1928), rescatado por Cass (1965) y Koopmans (1965) para analizar el crecimiento económico, y por Sidrausky (1967) para considerar los efectos de la política monetaria en la economía.

La economía es cerrada y no tiene gobierno, por lo que el sistema financiero que existe en ella se da entre los mismos habitantes de la economía, los cuales tienen un horizonte infinito de vida (Sidrausky (1967), Kehoe, Levine y Romer (1989)). Supondremos que en el equilibrio estacionario los empresarios apartan sólo la producción que corresponde a la demanda intermedia dada por los coeficientes técnicos de producción (ecuaciones insumo-producto de Leontief). Esto se interpreta como que no hay inversión y, por tanto, tampoco puede haber ahorro agregado. Cada consumidor por separado puede, potencialmente, ahorrar o pedir prestado, pero en el agregado el ahorro y la inversión son nulos. La tasa de ganancia, que se equipara a la tasa de interés, se va a determinar aquí para generar una condición de ahorro neto nulo para toda la economía y, por lo tanto, dicha tasa será endógena, lo que contrasta con la idea original de Sraffa (1960).

Las n ecuaciones del modelo de Leontief son las siguientes:

$$Y_1 = \sum_{i=1}^{n} a_{1i} Y_i + C_1$$

.

$Y_x = \sum_{i=1}^{n} a_{xi} Y_i + C_x$ (17)

.

$Y_n = \sum_{i=1}^{n} a_{ni} Y_i + C_n$

En notación matricial este modelo se define como

$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{AY} + \boldsymbol{C}$ (18)

Donde $\boldsymbol{Y} = \begin{matrix} Y_1 \\ . \\ Y_n \end{matrix}$ $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{C} = \begin{matrix} C_1 \\ . \\ C_n \end{matrix}$

Si los consumos estuvieran dados, la solución sería

$\boldsymbol{Y} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{C}$ (19)

Donde **I** es la matriz identidad ya definida. **A** es la matriz de coeficientes técnicos de Leontief. **Y** es el vector de productos y **C** el vector de consumos.

El producto total de un bien en la economía, por ejemplo el producto Y_x, se utiliza en la producción de todos los demás bienes. El término $\sum_{i=1}^{n} a_{xi} Y_i$ es la demanda intermedia de ese bien Y_x. Lo que resta de la producción de Y_x es el consumo final C_x.

Los diferentes consumidores de la economía tienen las mismas preferencias pero no necesariamente los mismos ingresos ni la misma riqueza agregada. Los activos financieros de los acreedores son los pasivos también financieros de los deudores.

Aunque la economía produce n bienes discretos, el tiempo es continuo. Suponemos que el ocio no da utilidad y que los individuos trabajan las horas que pueden trabajar. Si hay pleno empleo, trabajan el máximo número posible de horas. Si no hay pleno empleo trabajan todas las horas que se les permita trabajar en las empresas.

Un consumidor h, en particular, busca maximizar una función de utilidad intertemporal, la cual es separable y simétrica en sus términos, doblemente diferenciable y cóncava. Por simplificación y porque es bastante general, escogemos la función de utilidad isoelástica.[5] De modo que los consumidores desean maximizar:

$\int_0^{\infty} (\sum_{i=1}^{n} U(C_{hit})) e^{-\theta t} dt$ (20)

Donde la utilidad instantánea se define como:

[5] Esta función la utilizan muchos grandes economistas por su enorme flexibilidad: ver por ejemplo Lucas (1988).

$$U(C_{hit}) = \frac{1}{1-(\frac{1}{\rho}))} \sum_{i=1}^{n} C_{hit}^{-\frac{1}{\rho}} \quad (21)$$

C_{hit} es el consumo del individuo h del bien i en el período t. ρ es la elasticidad de sustitución en el consumo intertemporal, la cual es constante e igual para todos los bienes y personas de la economía.[6]

La función de utilidad está sujeta a la restricción:

$$w_t L_{ht} + Gan_t + R_t B_{ht} - \sum_{i=1}^{n} p_{it} C_{hit} = \frac{dB_{ht}}{dt} \quad (22)$$

Donde L_{ht} son las horas que trabaja el individuo h; Gan_{ht} son las ganancias que tiene dicho individuo si es socio capitalista de alguna o algunas industrias; R_t es la tasa nominal de interés. B_{ht} son los activos financieros netos, en términos nominales, que posee el individuo h en el período t.

La diferencia entre todos los ingresos del individuo y los gastos en bienes de consumo resulta en una acumulación de activos financieros.

Dividiendo toda la ecuación por el precio del bien 1 (p_{1t})[7] y haciendo algunas sustituciones algebraicas se llega a la siguiente ecuación

$$\frac{w_t L_{ht}}{p_{1t}} + \frac{Gan_{ht}}{p_{1t}} + r_{1t} b_{ht} - \sum_{i=1}^{n} (\frac{p_{it}}{p_{1t}}) C_{it} = \frac{db_{ht}}{dt} \quad (23)$$

Donde

$$b_{ht} = \frac{B_{ht}}{p_{1t}} \qquad r_{1t} = R_t - \pi_{1t} \qquad \pi_{1t} = \frac{1}{p_{1t}} \frac{dp_{1t}}{dt}$$

Donde b_{ht} es el valor de los activos financieros del individuo h en términos del precio del bien 1. $r_1$es la tasa de interés real en términos del bien 1 y π_1 es el crecimiento del precio del bien 1, o la inflación del bien 1.

La maximización de (20) sujeta a (23) utilizando el principio del máximo de Pontryagin (ver Blanchard y Fischer (1989, capítulo 2)) da por resultado las siguientes condiciones de primer orden

$$U_{chit} - \lambda_t \frac{p_{it}}{p_{1t}} = 0$$ (24) para todos los bienes de 1 hasta n

$$\frac{d\lambda}{dt} - \theta \lambda_t = -r_t \lambda_t$$ (25) La condición dinámica

$$lim_{t \to \infty} \lambda_t b_{ht} e^{-\theta t} = 0$$ (26) La condición de transversalidad

[6] La función de utilidad isoelástica es sumamente flexible y generalizable. Cuando ρ es cero es una función de bienes perfectamente complementarios. Si es 1 es la función de utilidad Cobb-Douglas. Si ρ tiende a infinito, entonces es una función de bienes perfectamente sustitutos.

[7] Puede dividirse entre el precio de cualquiera de los bienes y el resultado sería muy similar.

De aquí que:

$\lambda_t = U_{ch1t}$ (27)

Y, utilizando la condición dinámica (25)

$U_{ch1ch1t}\frac{dC_{h1t}}{dt} = (\theta - r_{1t})U_{ch1t}$ (28)

Donde

$U_{chit} = \frac{dU(C_{hit})}{dC_{hit}} = C_{hit}^{-1/\rho}$ (29) Utilidad marginal del bien i en el período t para el individuo h

$U_{chichit} = \frac{dU_{chit}}{dC_{hit}} = -\frac{1}{\rho}C_{hit}^{-\frac{1}{\rho}-1}$ (30) Primera derivada de la utilidad marginal del consumo en relación con el consumo.

Por lo anterior, es claro que se cumple la condición de equimarginalidad entre bienes, donde

$\frac{U_{chit}}{U_{ch1t}} = \frac{C_{hit}^{-1/\rho}}{C_{h1t}^{-\frac{1}{\rho}}} = \frac{p_{it}}{p_{1t}}$ (31)

Si las preferencias son iguales para todos los consumidores de esta economía, y dada la función de utilidad isoelástica, el crecimiento del consumo es una constante igual para todos los consumidores, de modo que:

$\frac{dC_{1t}}{dt}\frac{1}{C_{1t}} = \rho(r_{1t} - \theta)$ (32)

Esta ecuación es la que se conoce como la ecuación de Euler en el consumo o la condición de Keynes-Ramsey (Ver Ramsey (1928)).

Por su parte, las condiciones de equimarginalidad correspondientes al consumo total de los bienes de la economía toman la forma

$\frac{C_{1t}}{C_{it}} = (\frac{p_{it}}{p_{1t}})^{\rho}$ (33)

La trayectoria del consumo del bien 1 agregado es igual que la trayectoria para cualquier consumidor.

Las ecuaciones del modelo de equilibrio general del sistema son, ahora:

$$\frac{p_1}{w} = (\sum_{i=1}^{n} a_{i1} \frac{p_i}{w})\,(1+r) + l_1$$

.

$$\frac{p_x}{w} = (\sum_{i=1}^{n} a_{ix} \frac{p_i}{w})\,(1+r) + l_x.$$

.

$$\frac{p_n}{w} = (\sum_{i=1}^{n} a_{in} \frac{p_i}{w})\,(1+r) + l_n$$

$$Y_1 = \sum_{i=1}^{n} a_{1i}\, Y_i + C_1$$

.

$$Y_x = \sum_{i=1}^{n} a_{xi}\, Y_i + C_x \qquad (34)$$

.

$$Y_n = \sum_{i=1}^{n} a_{ni}\, Y_i + C_n$$

$$\frac{dC_{1t}}{dt}\frac{1}{C_{1t}} = \rho(r_{1t} - \theta)$$

$$\frac{C_{1t}}{C_{2t}} = (\frac{p_{2t}/w_t}{p_{1t}/w_t})^{\rho}$$

.

$$\frac{C_{1t}}{C_{xt}} = (\frac{p_{xt}/w_t}{p_{1t}/w_t})^{\rho}$$

.

$$\frac{C_{1t}}{C_{nt}} = (\frac{p_{nt}/w_t}{p_{1t}/w_t})^{\rho}$$

$$L = \sum_{i=1}^{n} l_i Y_i$$

En el sistema (34) hay n ecuaciones de precios, n ecuaciones de producto, 1 ecuación dinámica del consumo del bien 1, n-1 ecuaciones de equimarginalidad del consumo de los bienes 2 al n con el 1 y una ecuación de empleo. Es decir 3n+1 ecuaciones. En principio las incógnitas son n precios relativos, n niveles de consumo, n niveles de producto, la tasa de ganancia r, la tasa de interés r_1 y, dependiendo del supuesto, el empleo L. Es decir entre 3n+2 y 3n+3 incógnitas. Con lo cual el modelo está aparentemente indeterminado.

Demostraremos, con un argumento de reducción al absurdo, que cuando hay pleno empleo del factor trabajo, y éste es constante, una solución tipo Sraffa, donde la tasa de ganancia se escoge en forma arbitraria, lleva a una solución del modelo de equilibrio general contradictoria si la tasa elegida no es exactamente 1+θ. En ese caso, cuando la tasa de ganancia tiene una relación uno a uno con la tasa de interés r_1, y aquélla, a su vez, es igual a la unidad más la tasa de preferencias intertemporales θ, el modelo está completamente determinado.

Para que haya arbitraje entre el mercado de bienes y el mercado financiero:

$$r_t = 1 + r_{1t} \quad (35)$$

La razón por la cual la tasa de ganancia es la unidad más la tasa de interés r_1 es la siguiente:

Si una persona pone sus recursos en bonos, el día de mañana tendrá el capital que puso en los bonos más los intereses reales que den dichos bonos (r_1). Si invierte comprando bienes intermedios, mañana tendrá solamente la ganancia sobre los bienes intermedios. Esto sucede porque el bien intermedio se deprecia en 100% en el proceso de producción y deja de ser parte del capital. Por lo tanto, para que la persona sea indiferente entre comprar bienes intermedios o ahorrar su dinero en bonos, la tasa de ganancia debe ser $1+r_{1.}$ Esto implica que la ecuación (32) de dinámica del consumo del bien 1, que es también parte del sistema de ecuaciones (34), se transforma en:

$$\frac{dC_{1t}}{dt}\frac{1}{C_{1t}} = \rho(r_t - (1+\theta)) \quad (36)$$

Si se escoge una tasa arbitraria r, el bloque de ecuaciones de precios relativos del sistema (34) se resuelve independientemente de las demás ecuaciones. Con coeficientes técnicos constantes, los precios relativos también son constantes. Esto implica que si hay inflación, ésta es igual para todos los bienes, por lo cual la tasa de interés r_1 es una única tasa de interés. En este caso, y en competencia perfecta, la tasa de ganancia única no puede ser distinta a la unidad más la tasa de interés, por el arbitraje que marca el sector financiero.

Sin embargo, la tasa de ganancia no puede colocarse de forma arbitraria en este sistema. Si r es distinta de 1+θ, los niveles de consumo de todos los bienes estarían subiendo o bajando en forma continua (ver ecuación dinámica del consumo del bien 1 y ecuaciones de equimarginalidad en el consumo en el sistema (34)) y eso violaría el supuesto de pleno empleo. La única solución posible es entonces $r=1+r_1=1+\theta$. En este caso, el sistema tiene una solución única pues hay 3n+1 ecuaciones con 3n+1 incógnitas: los n niveles de precios relativos, n niveles de producto, n niveles de consumo y la tasa de interés o tasa de ganancia r.

Un resultado hasta cierto punto sorprendente es que en este caso se rescata la teoría del valor trabajo. El sistema de precios puede resolverse de manera recursiva con la siguiente solución:

$$\boldsymbol{P_w} = (\boldsymbol{I} - (2+\theta)\boldsymbol{A^T})^{-1}\boldsymbol{\Lambda} \qquad (37)$$

Por lo cual los precios relativos en términos del salario son proporcionales a las cantidades de trabajo directo para producir los bienes. Sin embargo, la tasa de ganancia no es exógena ni arbitraria, sino relacionada uno a uno con la tasa de preferencias intertemporales.

En una entrevista relativamente informal de George Feiwell a Kenneth Arrow (Ver Feiwell 1989 p. 163), Arrow explica la relación existente entre la tasa de ganancia y la tasa de descuento intertemporal.

*"What he uses it for is to say (*refiriéndose a Sraffa*) well you have this frontier (*la frontera de precios de los factores salario y tasa de ganancia*), and therefore the point on it is undetermined. Of course, all he (*Sraffa*) has done is to drop an equation. And this story comes back to the discount rate again. The question is: why do we hold the capital we do? Why don´t we simply spend it on consumption? There has to be some reason, one of which is a regard for the future. This adds another equation. Then the point on the wage-profit rate is determined. "*

Sin embargo, un problema importante surge cuando la cantidad de trabajo es infinita. En tal situación la solución matemática del sistema está indeterminada. Aun si supusiéramos $r=1+r_1=1+\theta$ no sería posible resolver para una incógnita porque quedarían n ecuaciones de producto n-1 ecuaciones de consumo- al eliminar la ecuación dinámica del consumo del bien 1- y una ecuación de empleo, pero habría 2n+1 incógnitas: los n niveles de producto, los n niveles de consumo y el nivel de empleo.[8]

CONCLUSIONES

Este trabajo hace un análisis de la crítica de Sraffa (1960) sobre la indeterminación de la distribución factorial del ingreso. El análisis muestra que la posible indeterminación podría surgir cuando la cantidad de trabajo en la economía es infinita, o cuando menos muy abundante. En cambio, cuando hay escasez del factor trabajo, la distribución del ingreso está perfectamente determinada.

---

[8] Algunos autores clásicos suponían una cantidad infinita de trabajadores. Para Marx existía el concepto de ejército de reserva, como un potencial de empleo prácticamente infinito (ver por ejemplo Marglin (1983 p. 63-66)). Otros autores como Kehoe, Levine y Romer (1988) hablan de indeterminación en presencia de un número infinito de agentes. No es del todo claro si Sraffa (1960) pensaba que había un infinito número de trabajadores o de agentes.

Cuando los consumidores toman en cuenta el futuro, los precios relativos se determinan en base a la teoría del valor trabajo, la diferencia con el modelo Sraffiano es que en este caso la distribución del ingreso será endógena.

Este último resultado merece mayor atención. La teoría del valor trabajo es un paradigma clásico que se rompió en buena medida ante el surgimiento de la teoría neoclásica de la demanda. Para Marx y para Sraffa y sus seguidores (ver Sraffa (1960), Pasinetti (1966) (1969), Garegnani (1970) y Morishima (1973)) la teoría del valor trabajo es fundamental. Muchos economistas y otros profesionales relacionan la teoría del valor trabajo con el marxismo (Morishima (1973)).

Por lo anterior, parece sorprendente que al introducir el modelo de consumo-ahorro neoclásico de Ramsey (1928), sea justamente este modelo perfectamente compatible con la teoría del valor trabajo, pues el modelo neoclásico mencionado es el más socorrido por economistas normalmente muy identificados con ideas conservadoras, como los teóricos de expectativas racionales (ver por ejemplo Barro (1974)).

No obstante, la coincidencia que encontramos en este trabajo tiene mucha lógica. Tanto la teoría del valor trabajo, como el modelo neoclásico de Ramsey, rescatan la teoría ricardiana (por David Ricardo) de la producción y el consumo. Sraffa y sus discípulos se llaman a sí mismos neo-ricardianos (ver por ejemplo Hahn (1982)), y han estudiado básicamente el lado de la producción originalmente propuesto por David Ricardo. A su vez, Barro, Lucas, Sargent y Wallace, y otros economistas de los llamados nuevos clásicos, o teóricos de las expectativas racionales, también son neo ricardianos[9], pero se han enfocado mucho más en la parte de la demanda y la teoría del consumo también propuesta por David Ricardo.

Sraffa y sus seguidores: Joan Robinson, Nicholas Kaldor, Luigi Pasinetti, Pierangelo Garegnani, se han considerado a sí mismos, y han sido considerados por otros, como en el lado del espectro político de izquierda, mientras que a los nuevos clásicos, como Barro, Lucas y Sargent, se les identifica con el espectro político de la derecha. Ambos, sin embargo, son ricardianos y sus modelos, unos de producción y otros de demanda, parecen ser, de acuerdo a este trabajo, sumamente compatibles.

Aunque este trabajo sugiere que los modelos más representativos de la economía clásica y la neoclásica son, o pueden ser parte, de una misma visión neo-ricardiana, hay un resultado del modelo aquí analizado que también debe discutirse a la luz de los trabajos de Sraffa (1960) y sus seguidores (Pasinetti (1966) (1969), Garegnani (1970), Morishima (1973)) La

[9] La razón principal es que es justamente el modelo de Ramsey (1928) el que rescata la idea de David Ricardo de equivalencia entre la emisión de bonos públicos y financiamiento del déficit público a través de impuestos, la llamada equivalencia ricardiana (ver Barro (1974)). Casi todos los trabajos de los nuevos clásicos contienen esta equivalencia. En particular, el modelo de crecimiento de Lucas (1988) utiliza una versión modificada del modelo de Ramsey (1928). El libro de Ljungqvist y Sargent (2000) también utiliza como punto de partida la ecuación de Euler también conocida como condición de Keynes-Ramsey.

pregunta relevante sería ¿La distribución del ingreso está determinada por factores no económicos?

El presente trabajo encuentra que cuando incluimos las ecuaciones de Leontief (1986) y el modelo de Ramsey (1928) a las ecuaciones del Sraffa (1960), la distribución del ingreso es endógena, pero eso no quiere decir que esté determinada por factores económicos. En este modelo es posible caracterizar un estado estacionario con exactamente los mismos precios relativos en términos de salarios y la misma tasa de ganancia cuando, por ejemplo, la oferta total de trabajo es mucho mayor o mucho menor. La distribución del ingreso no se relaciona con los típicos argumentos de oferta y demanda, sino con la importancia que los consumidores le dan al futuro. Si le dan mucha importancia, entonces la tasa de preferencias intertemporales es muy baja y eso favorece un alto poder de compra para los trabajadores. La poca importancia que se le otorgue al futuro genera un nivel elevado de la tasa de preferencias intertemporales y un menor poder de compra para los trabajadores. En la terminología marxista esto querría decir que hay mayor explotación cuanta menor importancia le otorgue la sociedad en general al futuro.

¿Pero es la tasa de preferencias intertemporales un término económico? La respuesta no es clara. Para Ramsey (1928) y muchos de sus seguidores, incluyendo este artículo, (Cass (1965), Koopmans (1965), Sidrausky (1967) y Lucas (1988)) la tasa de descuento intertemporal es una constante que no está relacionada con cambios en el consumo o en otras variables económicas, por lo que podría considerarse una variable sociológica o psicosocial. En otros trabajos, como los de Uzawa (1968) y Obstfeld (1981), la tasa de preferencias depende positivamente de la utilidad, la cual, a su vez, depende del consumo. Sociedades más ricas se vuelven más impacientes y, en el contexto de nuestro trabajo, reducen el poder de compra de los trabajadores en el modelo de reproducción simple. De todas formas, la tasa de preferencias intertemporales tiene un componente cultural y social que es congruente con la idea de que la distribución del ingreso, aunque endógena, puede estar determinada por factores extraeconómicos, como lo sugieren los discípulos de Sraffa.

Piero Sraffa fue un gran economista y pensador. Pocos teóricos han generado tanta polémica como él. Debe ser analizado y criticado en forma positiva. Este trabajo es una crítica a su premisa de que la distribución del ingreso está económicamente indeterminada y finalmente se determina por razones no económicas. Sin embargo, su rescate de la teoría del valor trabajo, su idea de que la distribución del ingreso afecta los precios relativos, y sus críticas a la agregación del capital y los cambios de técnicas de producción siguen ahí y deben ser estudiadas.[10]

[10] Hay que señalar que Sraffa fue amigo de Keynes y de Frank Ramsey en Cambridge (ver por ejemplo Marion (2005)). El propio Sraffa (1960 p. 13) agradece al fallecido Frank Ramsey sus consejos de muchos años antes de publicar su libro. Sraffa debe haber conocido bien el modelo de Ramsey y todo indica que Ramsey conocía muchas de las ideas que Sraffa incorporó después en su libro de 1960 a través de su crítica a

Apéndice 1: Restricciones contables del modelo analizado

Las ecuaciones del valor del producto, de las cuales surgen las ecuaciones de precios, son:

$p_1 Y_1 = (\sum_{i=1}^{n} p_i Y_{i1})(1+r) + wL_1$

.

$p_x Y_x = (\sum_{i=1}^{n} p_i Y_{ix})(1+r) + wL_1$ (A.1)

$p_n Y_n = (\sum_{i=1}^{n} p_i Y_{in})(1+r) + wL_n$

La suma de estas n ecuaciones da por resultado:

$\sum_{j=1}^{n} p_j\, Y_j = \left(\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} p_i Y_{ij}\right)(1+r) + \sum_{j=1}^{n} wL_j$ (A.2)

Que implica:

$\sum_{j=1}^{n} p_j\, Y_j - \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} p_i Y_{ij} = r\left(\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} p_i Y_{ij}\right) + \sum_{j=1}^{n} wL_j = Gan + wL$ (A.2)

El valor agregado de la economía, o el término del lado izquierdo de la ecuación (A.2), es igual a la suma de salarios y ganancias.

Donde:

$r\left(\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} p_i Y_{ij}\right) = Gan$ (A.3) Ganancias totales de la economía

$\sum_{j=1}^{n} wL_j = wL$ (A.4) Salarios totales de la economía

Por otra parte, en el sistema de reproducción simple, el valor de la producción de cada uno de los bienes es:

$p_1 Y_1 = \sum_{i=1}^{n} p_1 Y_{1i} + p_1 C_1$

.

$p_x Y_x = \sum_{i=1}^{n} p_x Y_{xi} + p_x C_x$ (A.5)

.

$p_n Y_n = \sum_{i=1}^{n} p_n Y_{ni} + p_n C_n$

Marshall (Sraffa (1926)). También es interesante destacar que, de acuerdo a Ramsey (1928), la ecuación de Euler en el consumo le fue sugerida intuitivamente por Keynes, a pesar de que tal vez sea la ecuación más anti-keynesiana en la historia económica.

La suma de las ecuaciones del sistema (A.5) da por resultado

$\sum_{j=1}^{n} p_j Y_j = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} p_j Y_{ji} + \sum_{j=1}^{n} p_j C_j$ (A.6)

Lo que implica

$\sum_{j=1}^{n} p_j Y_j - \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} p_j Y_{ji} = \sum_{j=1}^{n} p_j C_j$ (A.7)

Donde

$\sum_{j=1}^{n} p_j C_j$ Consumo total

(A.7) representa la Ley de Walras, donde la sumatoria de la oferta neta de bienes (el lado izquierdo de la ecuación) es igual a la sumatoria de las demandas de dichos bienes, por lo cual sin n-1 mercados están en equilibrio, el enésimo también debe estar en equilibrio.

Como:

$\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} p_i Y_{ij} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} p_j Y_{ji}$ (A.8)

el valor agregado es también igual al consumo, lo que implica:

$wL + Gan = \sum_{i=1}^{n} p_j C_j$ (A.8)

Los salarios más las ganancias son iguales al consumo total.

BIBLIOGRAFÍA

- Arrow, K (1989). “Joan Robinson and modern economic theory: An interview.” En *Joan Robinson and Modern Economic Theory*. G. Feiwell (editor). Macmillan.
- Barro, R (1974) “Are government bonds net wealth?” *Journal of Political Economy*, 81-6, pp. 1095-1117.
- Blanchard, O y S. Fischer. (1989). *Lectures on Macroeconomics*. The MIT Press.
- Cass, D (1965). “Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation.” *Review of Economic Studies*, 32-3, pp. 233-240.
- Cohen, A y G.C Harcourt (2003). “Retrospectives: Whatever happened to the Cambridge capital theory controversies?” *Journal of Economic Perspectives*, 17-1, pp 199-214.
- Feiwel, G (1989). *Joan Robinson and Modern Economic Theory*. Macmillan.
- Fiorito, A (2008). “La crítica clásica del excedente a la economía neoclásica.” *Cuadernos de Economía* XXVII- 49, pp. 23-56.
- Garegnani, P (1970). “Heterogeneous capital, the production function and the theory of distribution.” *Review of Economic Studies*, 37-3, pp. 407-436.
- Garegnani, P (1989). “On Sraffa´s contribution to economic theory.” En *Joan Robinson and Modern Economic Theory*. G. Feiwel (editor). Mcmillan.
- Hahn, F (1982). “The Neo-Ricardians.” *Cambridge Journal of Economics*, 6, pp. 353-374.
- Hicks, J (1974). “Capital controversies: Ancient and modern.”*American Economic Review*, 64-2, pp. 307-316.
- Kehoe, T, D. Levine y P. Romer (1989). “Steady states and determinacy of equilibria in economics with infinitely lived agents.” En *Joan Robinson and Modern Economic Theory*. G. Feiwell (editor). Macmillan.
- Koopmans, T (1965). “On the concept of optimal economic growth.” En *Econometric Approach to Development Planning*. North Holland.
- Leontief, W (1986). *Input Output Economics*. 2nd edition. Oxford University Press.
- Ljungqvist, L y T. Sargent (2000). *Recursive macroeconomic theory*. 2nd edition. The MIT Press.
- Lucas, R (1988). “On the mechanism of economic development.” *Journal of Monetary Economics*, 22, pp. 3-42.
- Mandler, M (1999). “The Sraffian indeterminacy in general equilibrium.” *The Review of Economic Studies*, 66-3, pp. 693-711.
- Mandler, M (2002). “Classical and neoclassical indeterminacy in one shot versus ongoing equilibrium.” *Metroeconomica*, 53-3, pp. 203-222.

- Marglin, S (1984). *Growth, Distribution and Prices*. Harvard University Press.
- Marion, M (2005). "Sraffa and Wittgenstein: Physicalism and constructivism." *Review of Political Economy*, 17-3, pp. 381-406.
- Morishima, M (1973). *Marx Economics: A Dual Theory of Value and Growth*. Cambridge University Press.
- Obstfeld, M (1981). "Capital mobility and devaluation on an optimizing model with rational expectations." *American Economic Review*, 71, pp. 217-221.
- Okishio, , N (1963). "A mathematical note on Marxian theorems." *Weltwirtschaftliches Archiv*, 91, pp. 287-298.
- Pasinetti, L (1966). "Changes in the rate of profit and switches of techniques." *Quarterly Journal of Economics*, 80, pp. 503-517.
- Pasinetti, L (1969). "Switches of techniques and the rate of return in capital theory." *Economic Journal*, 79, pp. 508-531.
- Ramsey, F (1928). "A mathematical theory of saving." *Economic Journal*, 38-152, pp. 543-559.
- Robinson, J (1973). "Marginal productivity." *Collected Economic Papers of Joan Robinson*, 4, Blackwell, Oxford.
- Samuelson, P (1989). "Remembering Joan." En *Joan Robinson and Modern Economic Theory*. G. Feiwell (editor). Macmillan.
- Seton, F (1957). "The transformation problem." *Review of Economic Studies,* 25, pp. 149-160.
- Sidrausky, M (1967). "Rational choice and patterns of growth in a monetary economy." *American Economic Review*, 57-2, pp. 534-544.
- Solow, R.M. (1963). *Capital theory and the rate of return*. North Holland, Amsterdam.
- Sraffa, P (1926). "The laws of returns under competitive conditions." *Economic Journal,* 36-144, pp. 535-550.
- Sraffa, P (1960). *Production of Commodities by Means of Commodities: Prelude to a Critique of Economic Theory*. Cambridge University Press.
- Uzawa, H (1968). "Time preference, the consumption function and optimum asset holdings." En *Value, Capital and Growth: Papers in Honor of Sir John R Hicks*. Edinburgh.